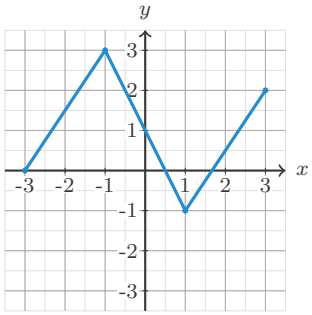
BOLETÍN SA07 - FUNCIONES 03

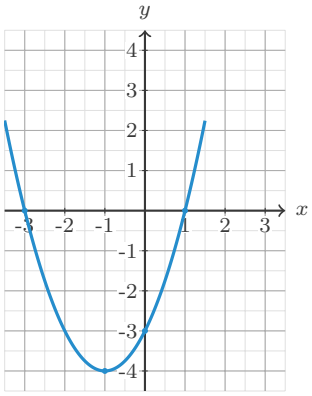
Matemáticas 4.º ESO

Estudia las características de las siguientes funciones.

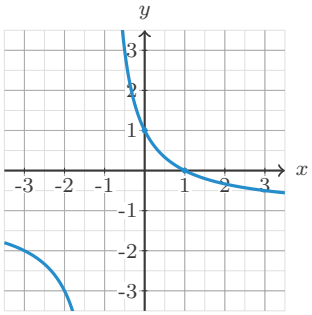
1)



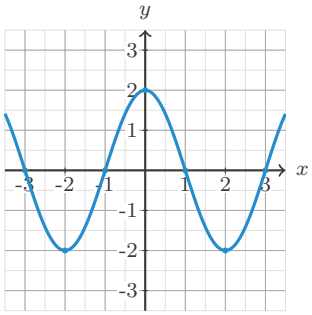
2)



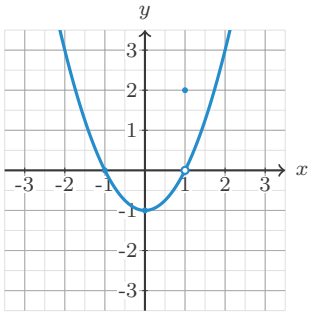
3)



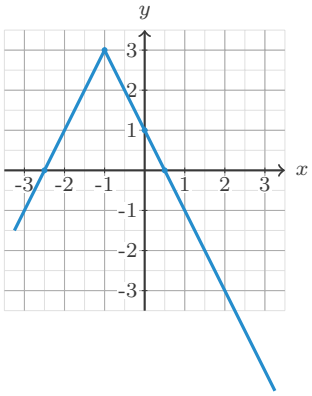
4)



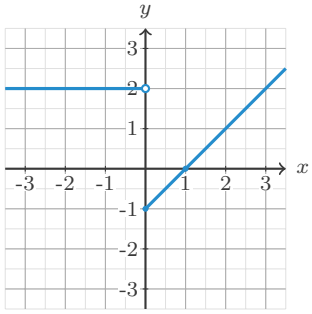
5)



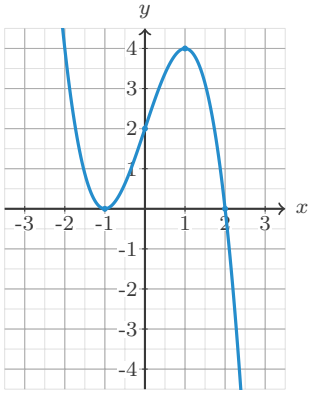
6)



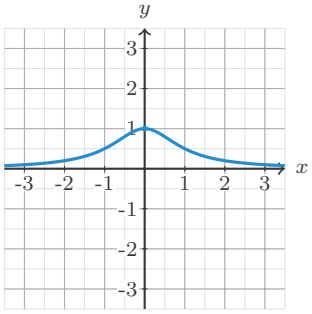
7)



8)



9)



Soluciones

Leyenda para el estudio de las funciones

En cada función se estudiarán, cuando corresponda, las siguientes características:

Dominio	$D(f)$: valores de x para los que existe la función.
Recorrido	$R(f)$: valores de y que toma la función.
Cortes con los ejes	Se indican mediante sus coordenadas (x, y).
Crecimiento	Intervalos en los que la función es creciente.
Decrecimiento	Intervalos en los que la función es decreciente.
Mínimos y máximos	$m_r(x, y)$: mínimo relativo; $m_A(x, y)$: mínimo absoluto; $M_r(x, y)$: máximo relativo; $M_A(x, y)$: máximo absoluto.
Continuidad	Se indicará si es continua o, en caso contrario, dónde y qué tipo de discontinuidad presenta.
Simetría	Par, impar o sin simetría. En las parábolas se indicará además su eje de simetría.
Periodicidad	Si es periódica, se indicará su periodo T.
Asíntotas	AV: asíntota vertical; AH: asíntota horizontal.

1) La función está formada por varios segmentos rectos unidos.

- La gráfica comienza en $x = -3$ y termina en $x = 3$, con ambos extremos incluidos: $D(f) = [-3, 3]$.
- El menor valor de la función es -1 y el mayor es 3: $R(f) = [-1, 3]$.
- Corta al eje X en $(-3, 0)$, $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ y $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$.
- Corta al eje Y en $(0, 1)$.
- Es creciente en $(-3, -1)$ y en $(1, 3)$.
- Es decreciente en $(-1, 1)$.
- Tiene un máximo absoluto en $(-1, 3)$: $M_A(-1, 3)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(1, -1)$: $m_A(1, -1)$.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D = [-3, 3]$; $R = [-1, 3]$; $OX : (-3, 0), \left(\frac{1}{2}, 0\right), \left(\frac{5}{3}, 0\right)$; $OY : (0, 1)$; crece $(-3, -1) \cup (1, 3)$; decrece $(-1, 1)$; $M_A(-1, 3)$; $m_A(1, -1)$; continua; sin simetría; no periódica.

2) La gráfica es una parábola abierta hacia arriba.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- Su menor valor es -4, alcanzado en $x = -1$: $R(f) = [-4, +\infty)$.
- Corta al eje X en $(-3, 0)$ y $(1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, -3)$.

- Es decreciente en $(-\infty, -1)$.
- Es creciente en $(-1, +\infty)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(-1, -4)$: $m_A(-1, -4)$.
- No tiene máximo.
- Es continua en todo su dominio.
- Su eje de simetría es $x = -1$.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [-4, +\infty)$; $OX : (-3, 0), (1, 0)$; $OY : (0, -3)$; decrece $(-\infty, -1)$; crece $(-1, +\infty)$; $m_A(-1, -4)$; continua; eje $x = -1$; sin simetría par o impar; no periódica.

3) La gráfica está formada por dos ramas y presenta dos asíntotas.

- La función no está definida para $x = -1$: $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- La función no toma el valor $y = -1$: $R(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- Corta al eje X en $(1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 1)$.
- Es decreciente en $(-\infty, -1)$ y en $(-1, +\infty)$.
- No presenta máximos ni mínimos.
- Presenta una discontinuidad infinita en $x = -1$.
- La recta $x = -1$ es una asíntota vertical: $AV : \ x = -1$.
- La recta $y = -1$ es una asíntota horizontal: $AH : \ y = -1$.
- No es par ni impar.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $R = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $OX : (1, 0)$; $OY : (0, 1)$; decrece $(-\infty, -1)$ y $(-1, +\infty)$; sin máximos ni mínimos; discontinuidad infinita en $x = -1$; $AV : x = -1$; $AH : y = -1$; sin simetría; no periódica.

4) La gráfica repite la misma forma regularmente.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- Sus valores están comprendidos entre -2 y 2: $R(f) = [-2, 2]$.
- En el fragmento representado corta al eje X en $(-3, 0)$, $(-1, 0)$, $(1, 0)$ y $(3, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 2)$.
- Presenta máximos absolutos de valor 2. En el fragmento representado aparece $M_A(0, 2)$.
- Presenta mínimos absolutos de valor -2. En el fragmento representado aparecen $m_A(-2, -2)$ y $m_A(2, -2)$.
- Es creciente, por ejemplo, en $(-2, 0)$ y $(2, 4)$, repitiéndose estos intervalos cada 4 unidades.
- Es decreciente, por ejemplo, en $(-4, -2)$ y $(0, 2)$, repitiéndose también cada 4 unidades.
- La separación entre dos máximos consecutivos es 4, por lo que el periodo es $T = 4$.
- Es continua en todo su dominio.

- Es par, ya que la gráfica es simétrica respecto del eje Y.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [-2, 2]$; OX : $(-3, 0), (-1, 0), (1, 0), (3, 0), \ldots$; OY : $(0, 2)$; $M_A(0, 2), \ldots$; $m_A(-2, -2), m_A(2, -2), \ldots$; continua; par; periódica con $T = 4$.

5) La gráfica sigue una parábola, excepto en $x = 1$.

- Existe un valor de la función para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- La función toma todos los valores desde -1 en adelante: $R(f) = [-1, +\infty)$.
- Corta al eje X únicamente en $(-1, 0)$, ya que el punto $(1, 0)$ está abierto.
- Corta al eje Y en $(0, -1)$.
- Es decreciente en $(-\infty, 0)$.
- Es creciente en $(0, 1)$ y en $(1, +\infty)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(0, -1)$: $m_A(0, -1)$.
- El punto aislado $(1, 2)$ constituye un máximo relativo: $M_r(1, 2)$.
- En $x = 1$ aparece un hueco en $(1, 0)$, mientras que el valor de la función está en $(1, 2)$. Presenta una discontinuidad evitable en $x = 1$.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [-1, +\infty)$; OX : $(-1, 0)$; OY : $(0, -1)$; decrece $(-\infty, 0)$; crece $(0, 1) \cup (1, +\infty)$; $m_A(0, -1)$; $M_r(1, 2)$; discontinuidad evitable en $x = 1$; sin simetría; no periódica.

6) La gráfica está formada por dos semirrectas que se unen en un máximo.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- El mayor valor de la función es 3: $R(f) = (-\infty, 3]$.
- Corta al eje X en $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ y $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.
- Corta al eje Y en $(0, 1)$.
- Es creciente en $(-\infty, -1)$.
- Es decreciente en $(-1, +\infty)$.
- Tiene un máximo absoluto en $(-1, 3)$: $M_A(-1, 3)$.
- No tiene mínimo.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = (-\infty, 3]$; OX : $\left(-\frac{5}{2}, 0\right), \left(\frac{1}{2}, 0\right)$; OY : $(0, 1)$; crece $(-\infty, -1)$; decrece $(-1, +\infty)$; $M_A(-1, 3)$; continua; sin simetría par o impar; no periódica.

7) La función está definida mediante dos tramos de comportamiento diferente.

- Existe un valor de la función para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- El menor valor de la función es -1, alcanzado en $x = 0$: $R(f) = [-1, +\infty)$.
- Corta al eje X en $(1, 0)$.

- Corta al eje Y en $(0,-1)$.
- Para $x<0$, la función es constante y toma siempre el valor 2.
- Para $x>0$, la función es creciente.
- Tiene un mínimo absoluto en $(0,-1)$: $m_A(0,-1)$.
- No tiene máximo absoluto.
- Al llegar a $x=0$, el tramo de la izquierda presenta un punto abierto en $(0,2)$, mientras que la función toma el valor -1. Presenta una discontinuidad de salto en $x=0$.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D=\mathbb{R}$; $R=[-1,+\infty)$; $OX:(1,0)$; $OY:(0,-1)$; constante en $(-\infty,0)$; crece en $(0,+\infty)$; $m_A(0,-1)$; discontinuidad de salto en $x=0$; sin simetría; no periódica.

8) La gráfica presenta un mínimo relativo y un máximo relativo.

- Está definida para cualquier número real: $D(f)=\mathbb{R}$.
- La función puede tomar cualquier valor real: $R(f)=\mathbb{R}$.
- Corta al eje X en $(-1,0)$ y $(2,0)$.
- Corta al eje Y en $(0,2)$.
- Es decreciente en $(-\infty,-1)$ y en $(1,+\infty)$.
- Es creciente en $(-1,1)$.
- Tiene un mínimo relativo en $(-1,0)$: $m_r(-1,0)$.
- Tiene un máximo relativo en $(1,4)$: $M_r(1,4)$.
- No presenta máximo absoluto ni mínimo absoluto.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D=\mathbb{R}$; $R=\mathbb{R}$; $OX:(-1,0),(2,0)$; $OY:(0,2)$; decrece $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$; crece $(-1,1)$; $m_r(-1,0)$; $M_r(1,4)$; continua; sin simetría; no periódica.

9) La gráfica es simétrica respecto del eje Y y se aproxima al eje X sin cortarlo.

- Está definida para cualquier número real: $D(f)=\mathbb{R}$.
- La función toma valores positivos y su mayor valor es 1: $R(f)=(0,1]$.
- No corta al eje X.
- Corta al eje Y en $(0,1)$.
- Es creciente en $(-\infty,0)$.
- Es decreciente en $(0,+\infty)$.
- Tiene un máximo absoluto en $(0,1)$: $M_A(0,1)$.
- No tiene mínimo, ya que los valores se acercan a 0 pero no llegan a alcanzarlo.
- Es continua en todo su dominio.
- La recta $y=0$ es una asíntota horizontal: $AH:\ y=0$.

- Es par, ya que la gráfica es simétrica respecto del eje Y.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = (0, 1]$; sin cortes con OX; OY : $(0, 1)$; crece $(-\infty, 0)$; decrece $(0, +\infty)$; $M_A(0, 1)$; AH : $y = 0$; continua; par; no periódica.