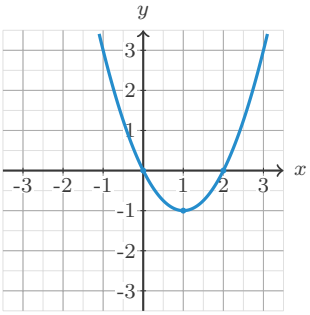
BOLETÍN SA07 - FUNCIONES 01

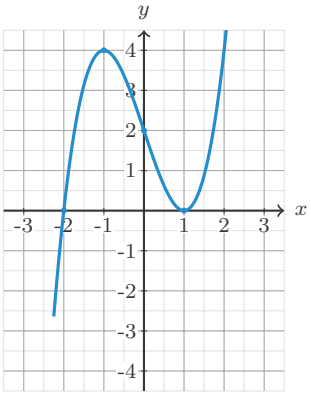
Matemáticas 4.º ESO

Estudia las características de las siguientes funciones.

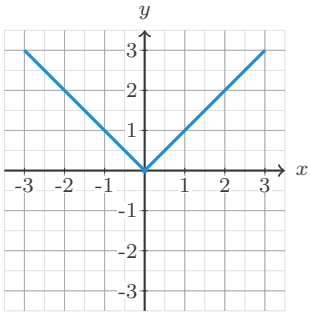
1)



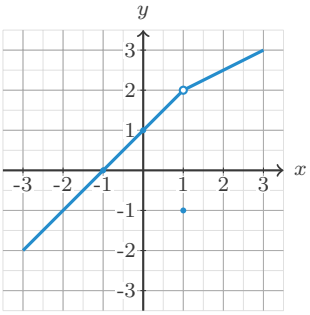
2)



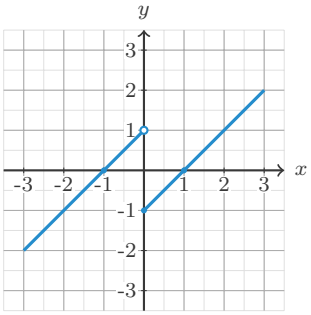
3)



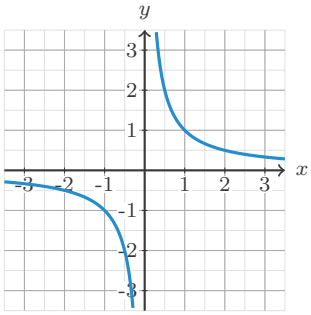
4)



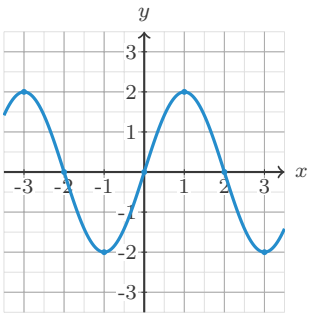
5)



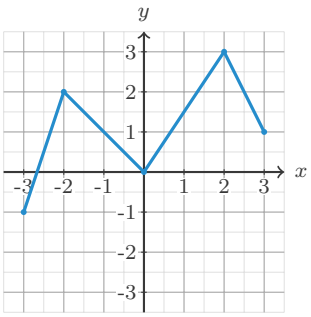
6)



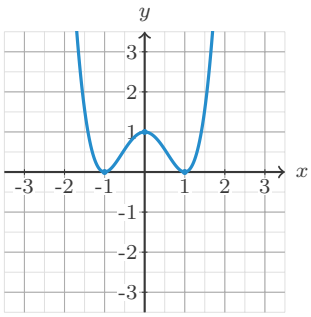
7)



8)



9)



Soluciones

Leyenda para el estudio de las funciones

En cada función se estudiarán, cuando corresponda, las siguientes características:

Dominio	$D(f)$: valores de x para los que existe la función.
Recorrido	$R(f)$: valores de y que toma la función.
Cortes con los ejes	Se indican mediante sus coordenadas (x, y).
Crecimiento	Intervalos en los que la función es creciente.
Decrecimiento	Intervalos en los que la función es decreciente.
Mínimos y máximos	$m_r(x, y)$: mínimo relativo; $m_A(x, y)$: mínimo absoluto; $M_r(x, y)$: máximo relativo; $M_A(x, y)$: máximo absoluto.
Continuidad	Se indicará si es continua o, en caso contrario, dónde y qué tipo de discontinuidad presenta.
Simetría	Par, impar o sin simetría. En las parábolas se indicará además su eje de simetría.
Periodicidad	Si es periódica, se indicará su periodo T.
Asíntotas	AV: asíntota vertical; AH: asíntota horizontal.

1) La gráfica es una parábola abierta hacia arriba.

- La gráfica continúa hacia la izquierda y hacia la derecha, por lo que su dominio es $D(f) = \mathbb{R}$.
- Su valor más pequeño es -1, alcanzado en $x = 1$. Por tanto, $R(f) = [-1, +\infty)$.
- Corta al eje X en $(0, 0)$ y $(2, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 0)$.
- Es decreciente en $(-\infty, 1)$ y creciente en $(1, +\infty)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(1, -1)$. Por tanto, $m_A(1, -1)$.
- No tiene máximos.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par ni impar y no es periódica.
- Al ser una parábola, presenta un eje de simetría que pasa por su vértice: $x = 1$.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [-1, +\infty)$; $OX : (0, 0), (2, 0)$; $OY : (0, 0)$; decrece $(-\infty, 1)$; crece $(1, +\infty)$; $m_A(1, -1)$; continua; eje $x = 1$; no periódica.

2) La gráfica presenta un máximo relativo y un mínimo relativo.

- Está definida para cualquier número real, por lo que $D(f) = \mathbb{R}$.
- La función puede tomar cualquier valor real, por lo que $R(f) = \mathbb{R}$.
- Corta al eje X en $(-2, 0)$ y $(1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 2)$.

- Es creciente en $(-\infty, -1)$ y $(1, +\infty)$.
- Es decreciente en $(-1, 1)$.
- Tiene un máximo relativo en $(-1, 4)$: $M_r(-1, 4)$.
- Tiene un mínimo relativo en $(1, 0)$: $m_r(1, 0)$.
- No presenta máximo absoluto ni mínimo absoluto.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par, no es impar y no es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = \mathbb{R}$; $OX: (-2, 0), (1, 0)$; $OY: (0, 2)$; crece $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$; decrece $(-1, 1)$; $M_r(-1, 4)$; $m_r(1, 0)$; continua; sin simetría; no periódica.

3) La gráfica tiene forma de V.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- El valor mínimo de la función es 0, por lo que $R(f) = [0, +\infty)$.
- Corta a ambos ejes en $(0, 0)$.
- Es decreciente en $(-\infty, 0)$.
- Es creciente en $(0, +\infty)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(0, 0)$: $m_A(0, 0)$.
- No tiene máximo.
- Es continua en todo su dominio.
- Es simétrica respecto del eje Y, por lo que es par.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [0, +\infty)$; $OX: (0, 0)$; $OY: (0, 0)$; decrece $(-\infty, 0)$; crece $(0, +\infty)$; $m_A(0, 0)$; continua; par; no periódica.

4) La función presenta una discontinuidad en $x = 1$.

- Hay un valor de la función para cada número real, por lo que $D(f) = \mathbb{R}$.
- En $x = 1$ aparece un círculo abierto en $(1, 2)$, mientras que el valor de la función está representado por el punto cerrado $(1, -1)$.
- Presenta una discontinuidad evitable en $x = 1$.
- Corta al eje X en $(-1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 1)$.
- Es creciente en cada uno de los tramos situados a ambos lados de $x = 1$.
- No presenta máximo ni mínimo absoluto.
- No es par ni impar.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $OX: (-1, 0)$; $OY: (0, 1)$; creciente a ambos lados de $x = 1$; sin máximos ni mínimos; discontinuidad evitable en $x = 1$; sin simetría; no periódica.

5) La función está formada por dos tramos lineales.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- El primer tramo termina con un círculo abierto en $(0, 1)$.
- El segundo tramo comienza con un punto cerrado en $(0, -1)$.
- Al pasar por $x = 0$, la gráfica presenta un salto. Por tanto, existe una discontinuidad de salto en $x = 0$.
- Corta al eje X en $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, -1)$.
- Cada uno de sus dos tramos es creciente.
- No presenta máximos ni mínimos absolutos.
- No es par ni impar.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $OX : (-1, 0), (1, 0)$; $OY : (0, -1)$; creciente en ambos tramos; sin máximos ni mínimos; discontinuidad de salto en $x = 0$; sin simetría; no periódica.

6) La gráfica está formada por dos ramas.

- La función no está definida para $x = 0$, por lo que $D(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- La función nunca toma el valor $y = 0$, por lo que $R(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- No corta al eje X.
- No corta al eje Y.
- Es decreciente en $(-\infty, 0)$ y en $(0, +\infty)$.
- No presenta máximos ni mínimos.
- Presenta una discontinuidad infinita en $x = 0$.
- La recta $x = 0$ es una asíntota vertical: $AV : \ x = 0$.
- La recta $y = 0$ es una asíntota horizontal: $AH : \ y = 0$.
- Es simétrica respecto del origen, por lo que es impar.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $R = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; sin cortes con los ejes; decrece $(-\infty, 0)$ y $(0, +\infty)$; sin máximos ni mínimos; discontinuidad infinita en $x = 0$; $AV : x = 0$; $AH : y = 0$; impar; no periódica.

7) La gráfica repite la misma forma de manera regular.

- Está definida para todos los números reales: $D(f) = \mathbb{R}$.
- Sus valores están comprendidos entre -2 y 2: $R(f) = [-2, 2]$.
- En el fragmento representado aparecen máximos absolutos en $(-3, 2)$ y $(1, 2)$, que se repiten periódicamente.
- Aparecen mínimos absolutos en $(-1, -2)$ y $(3, -2)$, que también se repiten periódicamente.
- Por tanto, en el fragmento representado: $M_A(-3, 2)$, $M_A(1, 2)$, $m_A(-1, -2)$ y $m_A(3, -2)$.
- Corta al eje X en $(-2, 0)$, $(0, 0)$ y $(2, 0)$, y estos cortes continúan repitiéndose.
- Corta al eje Y en $(0, 0)$.

- La distancia horizontal entre dos máximos consecutivos es 4, por lo que su periodo es $T = 4$.
- Es continua en todo su dominio.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [-2, 2]$; $OX : (-2, 0), (0, 0), (2, 0), \ldots$; $OY : (0, 0)$; $M_A(-3, 2), M_A(1, 2), \ldots$; $m_A(-1, -2), m_A(3, -2), \ldots$; continua; periódica con $T = 4$.

8) La función está formada por varios segmentos rectos unidos entre sí.

- La gráfica comienza en $x = -3$ y termina en $x = 3$, con ambos extremos incluidos: $D(f) = [-3, 3]$.
- El menor valor es -1 y el mayor es 3: $R(f) = [-1, 3]$.
- Es creciente en $(-3, -2)$.
- Es decreciente en $(-2, 0)$.
- Es creciente en $(0, 2)$.
- Es decreciente en $(2, 3)$.
- Tiene un máximo relativo en $(-2, 2)$: $M_r(-2, 2)$.
- Tiene un mínimo relativo en $(0, 0)$: $m_r(0, 0)$.
- Tiene un máximo absoluto en $(2, 3)$: $M_A(2, 3)$.
- Tiene un mínimo absoluto en $(-3, -1)$: $m_A(-3, -1)$.
- Corta al eje X y al eje Y en $(0, 0)$.
- Es continua en todo su dominio.
- No es par ni impar y no es periódica.

Resumen: $D = [-3, 3]$; $R = [-1, 3]$; $OX : (0, 0)$; $OY : (0, 0)$; crece $(-3, -2) \cup (0, 2)$; decrece $(-2, 0) \cup (2, 3)$; $M_r(-2, 2)$; $m_r(0, 0)$; $M_A(2, 3)$; $m_A(-3, -1)$; continua; sin simetría; no periódica.

9) La gráfica presenta dos mínimos y un máximo relativo central.

- Está definida para cualquier número real: $D(f) = \mathbb{R}$.
- El menor valor de la función es 0: $R(f) = [0, +\infty)$.
- Corta al eje X en $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.
- Corta al eje Y en $(0, 1)$.
- Es decreciente en $(-\infty, -1)$.
- Es creciente en $(-1, 0)$.
- Es decreciente en $(0, 1)$.
- Es creciente en $(1, +\infty)$.
- Tiene dos mínimos absolutos: $m_A(-1, 0)$ y $m_A(1, 0)$.
- Tiene un máximo relativo: $M_r(0, 1)$.
- No tiene máximo absoluto.
- Es continua en todo su dominio.
- Es simétrica respecto del eje Y, por lo que es par.
- No es periódica.

Resumen: $D = \mathbb{R}$; $R = [0, +\infty)$; $OX : (-1, 0), (1, 0)$; $OY : (0, 1)$; decrece $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$; crece $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$; $m_A(-1, 0)$; $m_A(1, 0)$; $M_r(0, 1)$; continua; par; no periódica.