BOLETÍN 04 - PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES 02

Matemáticas · 2.º ESO

1) Paula deposita 3500 € en una cuenta que ofrece un interés simple del 4,2 % anual. ¿Cuánto dinero habrá ganado en intereses al cabo de 3 años y cuál será entonces su capital total?

2) Una inversión ha producido 640 € de intereses simples después de 4 años a un tipo del 4 % anual. ¿Qué capital se había invertido inicialmente?

3) Una persona invierte 4500 € al 6 % anual mediante interés simple y obtiene 810 € de intereses. ¿Cuántos años ha mantenido el dinero invertido?

4) Un préstamo de 7500 € ha generado 1350 € de intereses simples en 3 años. ¿Qué tipo de interés anual se ha aplicado?

5) Una empresa debe pagar 4800 € dentro de 120 días. Si decide adelantar el pago y se descuentan los intereses correspondientes a ese periodo al 6 % anual mediante interés simple, ¿cuánto deberá pagar ahora? Utiliza un año comercial de 360 días.

6) Irene deposita 2500 € durante 5 años a un 4 % anual. Calcula el capital final con interés simple y con interés compuesto. ¿Qué diferencia hay entre ambos resultados?

7) Un capital de 6000 € permanece depositado durante 4 años a un interés compuesto del 3,5 % anual. ¿Cuál será el capital acumulado al terminar el cuarto año?

8) Una familia invierte 5000 € durante 6 años a un interés compuesto del 2,5 % anual. ¿Cuántos euros habrá ganado únicamente en intereses?

9) Andrés quiere invertir 8000 € durante 5 años. Una entidad le ofrece un 4,25 % de interés simple anual y otra un 4 % de interés compuesto anual. Calcula el capital final de ambas opciones y determina cuál es más rentable.

10) Se depositan 3000 € al 6 % de interés compuesto anual durante 2 años. Calcula el capital al finalizar cada año y determina cuánto interés se genera únicamente durante el segundo año.

Soluciones

INTERÉS SIMPLE

Los intereses se calculan siempre sobre el **capital inicial**.

$I = C \cdot i \cdot t$ $\qquad$ $C_f = C + I$

C: capital inicial $\qquad$ i: tipo de interés anual en tanto por uno $\qquad$ t: tiempo en años.

INTERÉS COMPUESTO

Los intereses de cada periodo se **añaden al capital** y también generan nuevos intereses.

$C_f = C(1+i)^t$

C: capital inicial $\qquad$ C_f: capital final

i: tipo de interés anual en tanto por uno $\qquad$ t: tiempo en años.

El interés total obtenido es:

$I = C_f - C$

I: interés total generado.

1)

Calculamos primero los intereses generados mediante interés simple.

$C = 3500, \qquad i = \dfrac{4,2}{100} = 0,042, \qquad t = 3$

$I = C \cdot i \cdot t = 3500 \cdot 0,042 \cdot 3 = 441$ €

El capital final será el capital inicial más los intereses:

$C_f = C + I = 3500 + 441 = 3941$ €

Intereses: 441 €; capital final: 3941 €.

2)

En este caso conocemos el interés producido, el tipo anual y el tiempo. Despejamos el capital inicial.

$I = C \cdot i \cdot t$

$640 = C \cdot 0,04 \cdot 4$

$C = \dfrac{640}{0,04 \cdot 4} = \dfrac{640}{0,16} = 4000$ €

El capital inicial era de 4000 €.

3)

Conocemos el capital, el tipo de interés y el interés obtenido. Despejamos el tiempo.

$I = C \cdot i \cdot t$

$810 = 4500 \cdot 0,06 \cdot t$

$t = \dfrac{810}{4500 \cdot 0,06} = \dfrac{810}{270} = 3$

La inversión se ha mantenido durante 3 años.

4)

La incógnita es el tipo de interés anual.

$I = C \cdot i \cdot t$

$1350 = 7500 \cdot i \cdot 3$

$i = \dfrac{1350}{7500 \cdot 3} = 0,06$

Pasamos el tipo de interés a porcentaje:

$0,06 \cdot 100 = 6\,\%$

El tipo de interés es del 6 % anual.

5)

Primero expresamos los 120 días como parte de un año comercial de 360 días.

$t = \dfrac{120}{360} = \dfrac{1}{3}$ año

Calculamos los intereses correspondientes a ese periodo:

$I = 4800 \cdot 0,06 \cdot \dfrac{1}{3} = 96$ €

Como el pago se realiza antes de la fecha prevista, se descuentan esos intereses:

$4800 - 96 = 4704$ €

La empresa deberá pagar 4704 €.

6)

Calculamos primero el capital final mediante interés simple.

$I = 2500 \cdot 0,04 \cdot 5 = 500$ €

$C_f = 2500 + 500 = 3000$ €

Ahora calculamos el capital final mediante interés compuesto:

$C_f = 2500(1 + 0,04)^5$

$C_f = 2500 \cdot 1,04^5 \approx 3041,63$ €

Calculamos la diferencia:

$3041,63 - 3000 = 41,63$ €

Simple: 3000 €; compuesto: 3041,63 €. Diferencia: 41,63 €.

7)

Como los intereses se incorporan cada año al capital, utilizamos la fórmula del interés compuesto.

$C_f = C(1 + i)^t$

$C_f = 6000(1 + 0,035)^4$

$C_f = 6000 \cdot 1,035^4 \approx 6885,14$ €

El capital final será de 6885,14 €.

8)

Calculamos primero el capital acumulado después de los seis años.

$C_f = 5000(1 + 0,025)^6$

$C_f = 5000 \cdot 1,025^6 \approx 5798,47$ €

Para obtener únicamente los intereses, restamos el capital inicial:

$I = C_f - C = 5798,47 - 5000 = 798,47$ €

La familia habrá ganado 798,47 € en intereses.

9)

Primera opción: interés simple del 4,25 %.

$I = 8000 \cdot 0,0425 \cdot 5 = 1700$ €

$C_f = 8000 + 1700 = 9700$ €

Segunda opción: interés compuesto del 4 %.

$C_f = 8000(1 + 0,04)^5$

$C_f = 8000 \cdot 1,04^5 \approx 9733,22$ €

Comparamos ambos capitales finales:

$9733,22 - 9700 = 33,22$ €

Conviene el 4 % compuesto: proporciona 33,22 € más.

10)

Al finalizar el primer año, el capital habrá aumentado un 6 %.

$C_1 = 3000(1 + 0,06) = 3180$ €

Durante el segundo año, el 6 % se calcula sobre los 3180 € acumulados:

$I_2 = 3180 \cdot 0,06 = 190,80$ €

El capital al terminar el segundo año será:

$C_2 = 3180 + 190,80 = 3370,80$ €

También puede comprobarse con la fórmula general:

$C_2 = 3000(1 + 0,06)^2 = 3370,80$ €

Año 1: 3180 €; año 2: 3370,80 €; interés del segundo año: 190,80 €.