BOLETÍN 04 - FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS 02

Matemáticas · 4.º ESO

Factoriza completamente los siguientes polinomios.

1) $8x^4 - 12x^3$

2) $5x^3 - 45x$

3) $4x^2 - 81$

4) $9x^2 + 24x + 16$

5) $x^2 - 9x + 20$

6) $3x^2 + 6x - 24$

7) $x^4 - 16x^2$

8) $2x^3 + 12x^2 + 18x$

9) $x^3 + x^2 - 10x + 8$

10) $x^3 - 4x^2 - x + 4$

11) $4x^3 + 4x^2 - 24x$

12) $x^3 - 5x^2 + 3x + 9$

13) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

14) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

15) $2x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 2x - 12$

16) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$

17) $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$

18) $4x^4 - 2x^3 - 6x^2$

19) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$

20) $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

Soluciones

1) $8x^4 - 12x^3$

Extraemos el máximo factor común, $4x^3$:

$8x^4 - 12x^3 = 4x^3(2x - 3)$

$\boxed{8x^4 - 12x^3 = 4x^3(2x - 3)}$

2) $5x^3 - 45x$

Extraemos factor común $5x$:

$5x^3 - 45x = 5x(x^2 - 9)$

El paréntesis es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

$\boxed{5x^3 - 45x = 5x(x - 3)(x + 3)}$

3) $4x^2 - 81$

Es una diferencia de cuadrados:

$4x^2 - 81 = (2x)^2 - 9^2$

Aplicamos $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$\boxed{4x^2 - 81 = (2x - 9)(2x + 9)}$

4) $9x^2 + 24x + 16$

Los términos primero y último son cuadrados:

$9x^2 = (3x)^2, \qquad 16 = 4^2$

Comprobamos el término central:

$2 \cdot (3x) \cdot 4 = 24x$

Es el cuadrado de una suma:

$\boxed{9x^2 + 24x + 16 = (3x + 4)^2}$

5) $x^2 - 9x + 20$

Igualamos el polinomio a cero:

$x^2 - 9x + 20 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = -9$ y $c = 20$:

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4(1)(20)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2}$$

Obtenemos:

$$x_1 = \frac{9 + 1}{2} = 5 \qquad x_2 = \frac{9 - 1}{2} = 4$$

Los factores correspondientes son $x - 5$ y $x - 4$.

$$\boxed{x^2 - 9x + 20 = (x - 5)(x - 4)}$$

6) $3x^2 + 6x - 24$

Extraemos factor común 3:

$3x^2 + 6x - 24 = 3(x^2 + 2x - 8)$

Igualamos el trinomio a cero:

$x^2 + 2x - 8 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = 2$ y $c = -8$:

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \qquad x_2 = \frac{-2 - 6}{2} = -4$$

$$\boxed{3x^2 + 6x - 24 = 3(x - 2)(x + 4)}$$

7) $x^4 - 16x^2$

Extraemos factor común x^2:

$x^4 - 16x^2 = x^2(x^2 - 16)$

El factor restante es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 16 = x^2 - 4^2 = (x - 4)(x + 4)$

$$\boxed{x^4 - 16x^2 = x^2(x - 4)(x + 4)}$$

8) $2x^3 + 12x^2 + 18x$

Extraemos factor común $2x$:

$2x^3 + 12x^2 + 18x = 2x(x^2 + 6x + 9)$

El trinomio interior es un cuadrado perfecto:

$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$

$$\boxed{2x^3 + 12x^2 + 18x = 2x(x + 3)^2}$$

9) $x^3 + x^2 - 10x + 8$

Buscamos una raíz entera. Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 + 1 - 10 + 8 = 0$

Por tanto, $x - 1$ es factor. Aplicamos Ruffini:

1	1	1	-10	8
		1	2	-8
	1	2	-8	0

El cociente es $x^2 + 2x - 8$. Lo igualamos a cero:

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$x_1 = 2 \qquad x_2 = -4$

$$\boxed{x^3 + x^2 - 10x + 8 = (x - 1)(x - 2)(x + 4)}$$

10) $x^3 - 4x^2 - x + 4$

Agrupamos términos:

$x^3 - 4x^2 - x + 4 = x^2(x-4) - 1(x-4)$

Extraemos el factor común $x - 4$:

$(x-4)(x^2-1)$

El segundo factor es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

$$\boxed{x^3 - 4x^2 - x + 4 = (x-4)(x-1)(x+1)}$$

11) $4x^3 + 4x^2 - 24x$

Extraemos factor común $4x$:

$4x^3 + 4x^2 - 24x = 4x(x^2 + x - 6)$

Resolvemos:

$x^2 + x - 6 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = 1$ y $c = -6$:

$$x = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$x_1 = 2 \qquad x_2 = -3$

$$\boxed{4x^3 + 4x^2 - 24x = 4x(x-2)(x+3)}$$

12) $x^3 - 5x^2 + 3x + 9$

Probamos los divisores de 9. Para $x = 3$:

$P(3) = 27 - 45 + 9 + 9 = 0$

Aplicamos Ruffini:

3	1	-5	3	9
		3	-6	-9
	1	-2	-3	0

El cociente es $x^2 - 2x - 3$. Resolvemos:

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = -1$

$$\boxed{x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = (x-3)^2(x+1)}$$

13) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 + 2 - 13 - 14 + 24 = 0$

Aplicamos Ruffini:

1	1	2	-13	-14	24
		1	3	-10	-24
	1	3	-10	-24	0

Probamos $x = 3$ en el cociente:

3	1	3	-10	-24
		3	18	24
	1	6	8	0

Queda $x^2 + 6x + 8$. Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-(6) \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(8)}}{2(1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2}$$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = -4$

$$\boxed{x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 = (x-1)(x-3)(x+2)(x+4)}$$

14) $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

Probamos $x = 2$:

$P(2) = 16 - 8 + 8 - 8 - 8 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	-1	2	-4	-8
		2	2	8	8
	1	1	4	4	0

El cociente es $x^3 + x^2 + 4x + 4$. Agrupamos:

$x^3 + x^2 + 4x + 4 = x^2(x + 1) + 4(x + 1)$

$= (x + 1)(x^2 + 4)$

Como $x^2 + 4$ no tiene raíces reales, no se factoriza más en $\mathbb{R}$.

$$\boxed{x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = (x - 2)(x + 1)(x^2 + 4)}$$

15) $2x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 2x - 12$

Extraemos factor común 2:

$2x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 2x - 12 = 2(x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6)$

Probamos $x = 2$ en el polinomio interior:

$2^4 + 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 2 - 6 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	1	−5	1	−6
		2	6	2	6
	1	3	1	3	0

Queda $x^3 + 3x^2 + x + 3$. Agrupamos:

$x^3 + 3x^2 + x + 3 = x^2(x + 3) + (x + 3)$

$= (x + 3)(x^2 + 1)$

El factor $x^2 + 1$ no tiene raíces reales.

$$\boxed{2x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 2x - 12 = 2(x - 2)(x + 3)(x^2 + 1)}$$

16) $x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x$

Extraemos factor común x:

$x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x = x(x^3 + 2x^2 - 9x - 18)$

Agrupamos el polinomio interior:

$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = x^2(x + 2) - 9(x + 2)$

Extraemos $x + 2$:

$(x + 2)(x^2 - 9)$

Factorizamos la diferencia de cuadrados:

$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

$$\boxed{x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 18x = x(x + 2)(x - 3)(x + 3)}$$

17) $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9$

Observamos que el polinomio puede escribirse como:

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9 = (x^2 + 2x - 3)^2$

Factorizamos el trinomio interior. Igualamos a cero:

$x^2 + 2x - 3 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = 2$ y $c = -3$:

$$x = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = -3$

Por tanto, $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$.

$$\boxed{x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9 = (x - 1)^2(x + 3)^2}$$

18) $4x^4 - 2x^3 - 6x^2$

Extraemos factor común $2x^2$:

$4x^4 - 2x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x^2 - x - 3)$

Igualamos el trinomio a cero:

$2x^2 - x - 3 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 2$, $b = -1$ y $c = -3$:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4} = \frac{1 \pm 5}{4}$$

$$x_1 = \frac{1 + 5}{4} = \frac{3}{2} \qquad x_2 = \frac{1 - 5}{4} = -1$$

Los factores del trinomio son $2x - 3$ y $x + 1$.

$$\boxed{4x^4 - 2x^3 - 6x^2 = 2x^2(2x - 3)(x + 1)}$$

19) $x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$

Probamos $x = 2$:

$P(2) = 16 - 16 - 28 + 16 + 12 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	-2	-7	8	12
		2	0	-14	-12
	1	0	-7	-6	0

El cociente es $x^3 - 7x - 6$. Probamos $x = 3$:

3	1	0	-7	-6
		3	9	6
	1	3	2	0

Queda $x^2 + 3x + 2$. Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = -2$

$$\boxed{x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12 = (x-2)(x-3)(x+1)(x+2)}$$

20) $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$

Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 - 4 - 1 + 16 - 12 = 0$

Aplicamos Ruffini:

1	1	−4	−1	16	−12
		1	−3	−4	12
	1	−3	−4	12	0

El cociente es $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$. Probamos $x = 3$:

3	1	−3	−4	12
		3	0	−12
	1	0	−4	0

Queda $x^2 - 4$, que es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$

$$\boxed{x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12 = (x - 1)(x - 3)(x - 2)(x + 2)}$$