BOLETÍN 04 - FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS 01

Matemáticas · 4.º ESO

Factoriza completamente los siguientes polinomios.

1) $6x^3 - 15x^2$

2) $4x^3 - 36x$

3) $x^2 - 49$

4) $4x^2 - 12x + 9$

5) $x^2 + 7x + 10$

6) $2x^2 - 2x - 24$

7) $x^4 - 25x^2$

8) $3x^3 - 12x^2 + 12x$

9) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

10) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

11) $2x^3 - 4x^2 - 6x$

12) $x^3 + x^2 - 16x + 20$

13) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

14) $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$

15) $2x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 8x - 12$

16) $x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 20x$

17) $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36$

18) $3x^4 + 9x^3 - 12x^2$

19) $x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$

20) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

Soluciones

1) $6x^3 - 15x^2$

Extraemos el máximo factor común, $3x^2$:

$6x^3 - 15x^2 = 3x^2(2x - 5)$

$\boxed{6x^3 - 15x^2 = 3x^2(2x - 5)}$

2) $4x^3 - 36x$

Extraemos factor común $4x$:

$4x^3 - 36x = 4x(x^2 - 9)$

El paréntesis es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$

$\boxed{4x^3 - 36x = 4x(x - 3)(x + 3)}$

3) $x^2 - 49$

Es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 49 = x^2 - 7^2$

Aplicamos $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$:

$\boxed{x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)}$

4) $4x^2 - 12x + 9$

Reconocemos un cuadrado perfecto:

$4x^2 = (2x)^2, \qquad 9 = 3^2$

El término central coincide con:

$-2 \cdot (2x) \cdot 3 = -12x$

Por tanto:

$\boxed{4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2}$

5) $x^2 + 7x + 10$

Igualamos el polinomio a cero:

$x^2 + 7x + 10 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = 7$ y $c = 10$:

$$x = \frac{-(7) \pm \sqrt{(7)^2 - 4(1)(10)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-7 \pm 3}{2}$$

Obtenemos las dos soluciones:

$$x_1 = \frac{-7 + 3}{2} = -2 \qquad x_2 = \frac{-7 - 3}{2} = -5$$

Los factores correspondientes son $x + 2$ y $x + 5$.

$$\boxed{x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)}$$

6) $2x^2 - 2x - 24$

Extraemos factor común 2:

$2x^2 - 2x - 24 = 2(x^2 - x - 12)$

Factorizamos $x^2 - x - 12$ resolviendo:

$x^2 - x - 12 = 0$

Aplicamos la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = -1$ y $c = -12$:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-12)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{1 + 7}{2} = 4 \qquad x_2 = \frac{1 - 7}{2} = -3$$

Los factores son $x - 4$ y $x + 3$.

$$\boxed{2x^2 - 2x - 24 = 2(x - 4)(x + 3)}$$

7) $x^4 - 25x^2$

Extraemos factor común x^2:

$x^4 - 25x^2 = x^2(x^2 - 25)$

El paréntesis es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$

$$\boxed{x^4 - 25x^2 = x^2(x - 5)(x + 5)}$$

8) $3x^3 - 12x^2 + 12x$

Extraemos factor común $3x$:

$3x^3 - 12x^2 + 12x = 3x(x^2 - 4x + 4)$

El trinomio interior es un cuadrado perfecto:

$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = (x - 2)^2$

$$\boxed{3x^3 - 12x^2 + 12x = 3x(x - 2)^2}$$

9) $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

Buscamos una raíz entera entre los divisores de 8. Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 - 3 - 6 + 8 = 0$

Por tanto, $x - 1$ es factor. Aplicamos Ruffini:

1	1	−3	−6	8
		1	−2	−8
	1	−2	−8	0

El cociente es $x^2 - 2x - 8$. Lo igualamos a cero:

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-8)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$x_1 = 4 \qquad x_2 = -2$

$$\boxed{x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = (x - 1)(x - 4)(x + 2)}$$

10) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

Probamos los divisores del término independiente. Para $x = 2$:

$P(2) = 8 + 8 - 10 - 6 = 0$

Aplicamos Ruffini con 2:

2	1	2	-5	-6
		2	8	6
	1	4	3	0

El cociente es $x^2 + 4x + 3$. Resolvemos:

$x^2 + 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(3)}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = -3$

$$\boxed{x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)}$$

11) $2x^3 - 4x^2 - 6x$

Extraemos factor común $2x$:

$2x^3 - 4x^2 - 6x = 2x(x^2 - 2x - 3)$

Resolvemos la ecuación de segundo grado:

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = -2$ y $c = -3$:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-3)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = -1$

$$\boxed{2x^3 - 4x^2 - 6x = 2x(x - 3)(x + 1)}$$

12) $x^3 + x^2 - 16x + 20$

Probamos raíces enteras. Para $x = 2$:

$P(2) = 8 + 4 - 32 + 20 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	1	-16	20
		2	6	-20
	1	3	-10	0

El cociente es $x^2 + 3x - 10$. Volvemos a comprobar $x = 2$:

$2^2 + 3 \cdot 2 - 10 = 0$

Aplicamos Ruffini de nuevo:

2	1	3	-10
		2	10
	1	5	0

El último factor es $x + 5$.

$$\boxed{x^3 + x^2 - 16x + 20 = (x - 2)^2(x + 5)}$$

13) $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24$

Probamos $x = 2$:

$P(2) = 16 - 16 - 52 + 28 + 24 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	-2	-13	14	24
		2	0	-26	-24
	1	0	-13	-12	0

El cociente es $x^3 - 13x - 12$. Probamos $x = 4$:

4	1	0	-13	-12
		4	16	12
	1	4	3	0

Queda $x^2 + 4x + 3$. Resolvemos:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = -3$

$$\boxed{x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = (x - 2)(x - 4)(x + 1)(x + 3)}$$

14) $x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$

Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 + 1 - 1 + 1 - 2 = 0$

Aplicamos Ruffini:

1	1	1	-1	1	-2
		1	2	1	2
	1	2	1	2	0

Queda $x^3 + 2x^2 + x + 2$. Probamos $x = -2$:

-2	1	2	1	2
		-2	0	-2
	1	0	1	0

El cociente final es $x^2 + 1$, que no tiene raíces reales.

$$\boxed{x^4 + x^3 - x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)(x^2 + 1)}$$

15) $2x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 8x - 12$

Extraemos factor común 2:

$2x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 8x - 12 = 2(x^4 - 2x^3 - x^2 - 4x - 6)$

Para el polinomio interior probamos $x = 3$:

$3^4 - 2 \cdot 3^3 - 3^2 - 4 \cdot 3 - 6 = 0$

Aplicamos Ruffini:

3	1	−2	−1	−4	−6
		3	3	6	6
	1	1	2	2	0

Queda $x^3 + x^2 + 2x + 2$. Probamos $x = -1$:

−1	1	1	2	2
		−1	0	−2
	1	0	2	0

El factor restante es $x^2 + 2$, que no tiene raíces reales.

$$\boxed{2x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 8x - 12 = 2(x - 3)(x + 1)(x^2 + 2)}$$

16) $x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 20x$

Extraemos factor común x:

$x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 20x = x(x^3 - 5x^2 - 4x + 20)$

Agrupamos los términos del polinomio interior:

$x^3 - 5x^2 - 4x + 20 = x^2(x - 5) - 4(x - 5)$

Extraemos el factor común $x - 5$:

$(x - 5)(x^2 - 4)$

Y $x^2 - 4$ es una diferencia de cuadrados:

$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

$$\boxed{x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 20x = x(x - 5)(x - 2)(x + 2)}$$

17) $x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36$

Observamos que puede escribirse como un cuadrado perfecto:

$$x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36 = (x^2 - x - 6)^2$$

Factorizamos el trinomio interior resolviendo:

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = 3 \qquad x_2 = -2$$

Por tanto, $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$.

$$\boxed{x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x + 36 = (x - 3)^2(x + 2)^2}$$

18) $3x^4 + 9x^3 - 12x^2$

Extraemos factor común $3x^2$:

$$3x^4 + 9x^3 - 12x^2 = 3x^2(x^2 + 3x - 4)$$

Resolvemos $x^2 + 3x - 4 = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Con $a = 1$, $b = 3$ y $c = -4$:

$$x = \frac{-(3) \pm \sqrt{(3)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = 1 \qquad x_2 = -4$$

$$\boxed{3x^4 + 9x^3 - 12x^2 = 3x^2(x - 1)(x + 4)}$$

19) $x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$

Probamos una raíz entera. Para $x = 2$:

$P(2) = 16 - 8 - 44 + 18 + 18 = 0$

Aplicamos Ruffini:

2	1	−1	−11	9	18
		2	2	−18	−18
	1	1	−9	−9	0

Al cociente $x^3 + x^2 - 9x - 9$ le probamos $x = 3$:

3	1	1	−9	−9
		3	12	9
	1	4	3	0

Queda $x^2 + 4x + 3$. Resolvemos:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = -3$

$$\boxed{x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18 = (x - 2)(x - 3)(x + 1)(x + 3)}$$

20) $x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$

Probamos $x = 1$:

$P(1) = 1 + 2 - 13 - 14 + 24 = 0$

Aplicamos Ruffini:

1	1	2	-13	-14	24
		1	3	-10	-24
	1	3	-10	-24	0

Probamos $x = 3$ en el cociente:

3	1	3	-10	-24
		3	18	24
	1	6	8	0

Queda $x^2 + 6x + 8$. Resolvemos:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(8)}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-6 \pm 2}{2}$$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = -4$

$$\boxed{x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24 = (x-1)(x-3)(x+2)(x+4)}$$