BOLETÍN 03 - LOGARITMOS 02 - MATEMÁTICAS 4.º ESO

A. Calcula los siguientes logaritmos aplicando la definición.

1) $\log_2 64$ **2)** $\log_4 \dfrac{1}{16}$ **3)** $\log_5 125$ **4)** $\log_{10} 0{,}0001$ **5)** $\log_{\frac{1}{3}} 27$

6) $\log_9 3$ **7)** $\log_{\sqrt{2}} 8$ **8)** $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{8}$ **9)** $\log_{\frac{1}{4}} 2$ **10)** $\log_{27} 3$

B. Calcula aplicando las propiedades de los logaritmos.

11) Si $\log a = 5$ y $\log b = 2$, calcula $\log\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

12) Si $\log a = 5$ y $\log b = 2$, calcula $\log(a^2 b)$.

13) Si $\log a = 6$, calcula $\log \sqrt[3]{a}$.

14) Si $\log a = 3$ y $\log b = 4$, calcula $\log(ab^2)$.

15) Si $\log a = 3$ y $\log b = 4$, calcula $\log\left(\dfrac{a^3}{b}\right)$.

16) Si $\log a = 7$ y $\log b = 3$, calcula $\log\sqrt{\dfrac{a}{b}}$.

17) Sabiendo que $\log 2 = 0{,}3010$ y $\log 7 = 0{,}8451$, expresa $\log 56$ aplicando las propiedades de los logaritmos.

18) Sabiendo que $\log 2 = 0{,}3010$ y $\log 3 = 0{,}4771$, expresa $\log 72$ aplicando las propiedades de los logaritmos.

19) Desarrolla utilizando las propiedades: $\log\left(\dfrac{x^3\sqrt{y}}{z^2}\right)$.

20) Expresa como un único logaritmo: $3\log a + \dfrac{1}{2}\log b - 2\log c$.

Soluciones

Definición de logaritmo

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

con $a > 0$, $a \neq 1$ y $b > 0$.

Propiedades de los logaritmos

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^n) = n \log_a x$$

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

En todas las expresiones, los argumentos de los logaritmos deben ser positivos.

1) $\log_2 64 = x \iff 2^x = 64 = 2^6 \implies \boxed{x = 6}$

2) $\log_4 \frac{1}{16} = x \iff 4^x = \frac{1}{16} = 4^{-2} \implies \boxed{x = -2}$

3) $\log_5 125 = x \iff 5^x = 125 = 5^3 \implies \boxed{x = 3}$

4) $\log_{10} 0{,}0001 = x \iff 10^x = 0{,}0001 = 10^{-4} \implies \boxed{x = -4}$

5) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = x \iff \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27 = 3^3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \implies \boxed{x = -3}$

6) $\log_9 3 = x \iff 9^x = 3 \iff (3^2)^x = 3^1 \implies 2x = 1 \implies \boxed{x = \frac{1}{2}}$

7) $\log_{\sqrt{2}} 8 = x \iff (\sqrt{2})^x = 8 \iff \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^x = 2^3$

$2^{\frac{x}{2}} = 2^3 \implies \frac{x}{2} = 3 \implies \boxed{x = 6}$

8) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = x \iff \left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \implies \boxed{x = 3}$

9) $\log_{\frac{1}{4}} 2 = x \iff \left(\frac{1}{4}\right)^x = 2 \iff (2^{-2})^x = 2^1$

$2^{-2x} = 2^1 \implies -2x = 1 \implies \boxed{x = -\frac{1}{2}}$

10) $\log_{27} 3 = x \iff 27^x = 3 \iff (3^3)^x = 3^1 \implies 3x = 1 \implies \boxed{x = \frac{1}{3}}$

11) $\log a = 5, \qquad \log b = 2$

$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b = 5 - 2 = \boxed{3}$

12) $\log a = 5, \qquad \log b = 2$

$\log(a^2 b) = \log a^2 + \log b = 2\log a + \log b = 2 \cdot 5 + 2 = \boxed{12}$

13) $\log a = 6$

$\log \sqrt[3]{a} = \log a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log a = \frac{1}{3} \cdot 6 = \boxed{2}$

14) $\log a = 3, \qquad \log b = 4$

$\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2\log b = 3 + 2 \cdot 4 = \boxed{11}$

15) $\log a = 3, \qquad \log b = 4$

$\log\left(\frac{a^3}{b}\right) = \log a^3 - \log b = 3\log a - \log b = 3 \cdot 3 - 4 = \boxed{5}$

16) $\log a = 7, \qquad \log b = 3$

$\log\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{2}\log\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{1}{2}(\log a - \log b) = \frac{1}{2}(7 - 3) = \boxed{2}$

17) $\log 2 = 0{,}3010, \qquad \log 7 = 0{,}8451$

$\log 56 = \log(2^3 \cdot 7) = \boxed{3\log 2 + \log 7}$

18) $\log 2 = 0{,}3010, \qquad \log 3 = 0{,}4771$

$\log 72 = \log(2^3 \cdot 3^2) = \boxed{3\log 2 + 2\log 3}$

19) $\log\left(\frac{x^3\sqrt{y}}{z^2}\right) = \log(x^3\sqrt{y}) - \log z^2$

$= \log x^3 + \log\sqrt{y} - 2\log z = \boxed{3\log x + \frac{1}{2}\log y - 2\log z}$

20) $3\log a + \dfrac{1}{2}\log b - 2\log c = \log a^3 + \log b^{\frac{1}{2}} - \log c^2$

$= \boxed{\log\left(\dfrac{a^3\sqrt{b}}{c^2}\right)}$