BOLETÍN 02 - PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES 02

Matemáticas · 2.º ESO

1) Tres departamentos de una empresa reciben una ayuda de 1800 € para desarrollar varios proyectos. Este trimestre gestionan 5, 7 y 8 proyectos, respectivamente. Si la ayuda se reparte de forma directamente proporcional al número de proyectos, ¿cuánto recibe cada departamento?

2) Tres equipos participan en una prueba técnica y tardan 12, 18 y 36 minutos en completarla. Se reparten un premio de 840 € de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. ¿Cuánto recibe cada equipo?

3) Tres comercios comparten el coste de mantenimiento de una zona común. Sus superficies son de 60 m^2, 90 m^2 y 120 m^2. Si el gasto total es de 540 € y se reparte proporcionalmente a la superficie, ¿qué cantidad paga cada comercio?

4) En un concurso, tres grupos han cometido 3, 4 y 12 errores. Se reparten 960 puntos de forma inversamente proporcional al número de errores. ¿Cuántos puntos obtiene cada grupo?

5) Una asociación dispone de 2500 € para financiar tres iniciativas. En la valoración final han obtenido 6, 9 y 10 puntos. Si el dinero se reparte de forma directamente proporcional a esas puntuaciones, ¿cuánto corresponde a cada iniciativa?

6) Tres empresas realizan una misma reparación y tardan 10, 15 y 30 horas. Se concede una bonificación de 780 € que se reparte de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. ¿Qué cantidad recibe cada empresa?

7) Tres productores comparten un transporte cuyo coste total es de 720 €. Sus cargas pesan 12, 18 y 30 toneladas. Si el coste se distribuye directamente en proporción al peso transportado, ¿cuánto debe pagar cada productor?

8) Tres máquinas fabrican la misma pieza con consumos energéticos de 5, 10 y 20 unidades por lote. Se reparte un incentivo de eficiencia de 1260 € de forma inversamente proporcional al consumo. ¿Cuánto corresponde a cada máquina?

9) Tres locales deben pagar una obra común de 960 €. Las longitudes de sus fachadas son 9 m, 15 m y 24 m. Si cada local paga en proporción directa a la longitud de su fachada, ¿qué cantidad debe abonar cada uno?

10) Tres estudiantes resuelven una actividad en 8, 12 y 24 minutos. Se reparten 900 puntos de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. ¿Cuántos puntos recibe cada estudiante?

Soluciones

REPARTO DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

Cuanto mayor es el valor que corresponde a una persona, grupo u objeto, **mayor es también la parte que recibe o paga**.

Si queremos repartir una cantidad T proporcionalmente a a, b y c:

$a+b+c=S \qquad \Longrightarrow \qquad k=\dfrac{T}{S}$

Las tres partes son:
$a\cdot k, \qquad b\cdot k, \qquad c\cdot k.$

La suma de las tres partes debe ser igual a la **cantidad total repartida**.

REPARTO INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Cuanto mayor es el valor que corresponde a una persona, grupo u objeto, **menor es la parte que recibe**.

Si el reparto es inversamente proporcional a a, b y c, primero usamos:
$\dfrac{1}{a}, \qquad \dfrac{1}{b}, \qquad \dfrac{1}{c}.$
Podemos transformar esas fracciones en una razón equivalente con números enteros. Después hacemos un reparto directo utilizando esos nuevos números.

La suma de todas las partes debe coincidir con la **cantidad total repartida**.

1)

Es un reparto directamente proporcional porque el departamento que gestiona más proyectos debe recibir una parte mayor de la ayuda.

Datos: 5, 7 y 8 proyectos; total: 1800 €.

Paso 1.

Sumamos los proyectos:

$5+7+8=20$

La ayuda se reparte en 20 partes proporcionales.

Paso 2.

Calculamos el valor de una parte:

$k=\dfrac{1800}{20}=90$

Cada proyecto representa 90 €.

Paso 3.

Calculamos las cantidades:

$5\cdot 90=450$ €

$7\cdot 90=630$ €

$8\cdot 90=720$ €

Comprobación: $450+630+720=1800$.

Reciben 450 €, 630 € y 720 €, respectivamente.

2)

Es un reparto inversamente proporcional porque el equipo que tarda menos tiempo debe recibir una parte mayor del premio.

Datos: 12, 18 y 36 minutos; premio total: 840 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:

$\frac{1}{12}, \quad \frac{1}{18}, \quad \frac{1}{36}$

Multiplicando por 36:

$3 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$3 + 2 + 1 = 6$

Calculamos:

$k = \frac{840}{6} = 140$

Paso 3.

Calculamos los premios:

$3 \cdot 140 = 420$ €

$2 \cdot 140 = 280$ €

$1 \cdot 140 = 140$ €

Comprobación: $420 + 280 + 140 = 840$.

Los equipos reciben 420 €, 280 € y 140 €, respectivamente.

3)

Es un reparto directamente proporcional porque el comercio con mayor superficie debe asumir una parte mayor del gasto común.

Datos: 60, 90 y 120 m^2; gasto total: 540 €.

Paso 1.

Sumamos las superficies:

$60 + 90 + 120 = 270$

Paso 2.

Calculamos la constante:

$k = \frac{540}{270} = 2$

Cada metro cuadrado representa 2 €.

Paso 3.

Calculamos los pagos:

$60 \cdot 2 = 120$ €

$90 \cdot 2 = 180$ €

$120 \cdot 2 = 240$ €

Comprobación: $120 + 180 + 240 = 540$.

Deben pagar 120 €, 180 € y 240 €, respectivamente.

4)

Es un reparto inversamente proporcional porque el grupo que comete menos errores debe recibir una cantidad mayor de puntos.

Datos: 3, 4 y 12 errores; total: 960 puntos.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{12}$
Multiplicando por 12:
$4 : 3 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:
$4 + 3 + 1 = 8$

Calculamos:
$k = \frac{960}{8} = 120$

Paso 3.

Calculamos los puntos:
$4 \cdot 120 = 480$

$3 \cdot 120 = 360$

$1 \cdot 120 = 120$

Comprobación: $480 + 360 + 120 = 960$.

Los grupos reciben 480, 360 y 120 puntos, respectivamente.

5)

Es un reparto directamente proporcional porque una iniciativa con mayor puntuación debe recibir una parte mayor de la financiación.

Datos: 6, 9 y 10 puntos; total: 2500 €.

Paso 1.

Sumamos las puntuaciones:
$6 + 9 + 10 = 25$

Paso 2.

Calculamos la constante:
$k = \frac{2500}{25} = 100$
Cada punto representa 100 €.

Paso 3.

Calculamos las cantidades:
$6 \cdot 100 = 600$ €

$9 \cdot 100 = 900$ €

$10 \cdot 100 = 1000$ €

Comprobación: $600+900+1000 = 2500$.

Reciben 600 €, 900 € y 1000 €, respectivamente.

6)

Es un reparto inversamente proporcional porque la empresa que tarda menos tiempo debe recibir una parte mayor de la bonificación.

Datos: 10, 15 y 30 horas; total: 780 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:

$\frac{1}{10}, \quad \frac{1}{15}, \quad \frac{1}{30}$

Multiplicando por 30:

$3 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$3 + 2 + 1 = 6$

Calculamos:

$k = \frac{780}{6} = 130$

Paso 3.

Calculamos las cantidades:

$3 \cdot 130 = 390$ €

$2 \cdot 130 = 260$ €

$1 \cdot 130 = 130$ €

Comprobación: $390 + 260 + 130 = 780$.

Las empresas reciben 390 €, 260 € y 130 €, respectivamente.

7)

Es un reparto directamente proporcional porque el productor que transporta una carga mayor debe pagar una parte mayor del coste.

Datos: 12, 18 y 30 toneladas; coste total: 720 €.

Paso 1.

Sumamos los pesos:

$12 + 18 + 30 = 60$

Paso 2.

Calculamos la constante:

$k = \frac{720}{60} = 12$

Cada tonelada representa 12 €.

Paso 3.

Calculamos los pagos:

$12 \cdot 12 = 144$ €

$18 \cdot 12 = 216$ €

$30 \cdot 12 = 360$ €

Comprobación: $144 + 216 + 360 = 720$.

Deben pagar 144 €, 216 € y 360 €, respectivamente.

8)

Es un reparto inversamente proporcional porque la máquina que consume menos energía debe recibir una parte mayor del incentivo.

Datos: consumos 5, 10 y 20; total: 1260 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{5}, \quad \frac{1}{10}, \quad \frac{1}{20}$
Multiplicando por 20:
$4 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:
$4 + 2 + 1 = 7$

Calculamos:
$k = \frac{1260}{7} = 180$

Paso 3.

Calculamos los incentivos:
$4 \cdot 180 = 720$ €

$2 \cdot 180 = 360$ €

$1 \cdot 180 = 180$ €

Comprobación: $720 + 360 + 180 = 1260$.

Las máquinas reciben 720 €, 360 € y 180 €, respectivamente.

9)

Es un reparto directamente proporcional porque el local con una fachada más larga debe asumir una parte mayor del coste de la obra.

Datos: 9, 15 y 24 m; coste total: 960 €.

Paso 1.

Sumamos las longitudes:
$9 + 15 + 24 = 48$

Paso 2.

Calculamos la constante:
$k = \frac{960}{48} = 20$
Cada metro representa 20 €.

Paso 3.

Calculamos los pagos:
$9 \cdot 20 = 180$ €

$15 \cdot 20 = 300$ €

$24 \cdot 20 = 480$ €

Comprobación: $180 + 300 + 480 = 960$.

Los locales pagan 180 €, 300 € y 480 €, respectivamente.

10)

Es un reparto inversamente proporcional porque el estudiante que resuelve la actividad en menos tiempo debe recibir una cantidad mayor de puntos.

Datos: 8, 12 y 24 minutos; total: 900 puntos.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{8}, \quad \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{24}$

Multiplicando por 24:

$3 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$3 + 2 + 1 = 6$

Calculamos:
$k = \frac{900}{6} = 150$

Paso 3.

Calculamos los puntos:

$3 \cdot 150 = 450$

$2 \cdot 150 = 300$

$1 \cdot 150 = 150$

Comprobación: $450 + 300 + 150 = 900$.

Los estudiantes reciben 450, 300 y 150 puntos, respectivamente.