BOLETÍN 02 - PROPORCIONALIDAD Y PORCENTAJES 01

Matemáticas · 2.º ESO

1) Tres amigos compran conjuntamente un lote de camisetas por 120 €. Uno se queda 2 camisetas, otro 3 y el tercero 5. Si todas tienen el mismo precio, ¿cuánto debe pagar cada uno?

2) En una carrera de orientación se reparten 660 € entre los tres primeros clasificados de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. Sus tiempos han sido 40, 50 y 100 minutos. ¿Cuánto recibe cada participante?

3) Tres asociaciones comparten el alquiler de una sala durante una jornada. La utilizan durante 2, 5 y 3 horas, respectivamente. Si el alquiler cuesta 250 €, ¿qué cantidad debe pagar cada asociación?

4) Tres equipos realizan una misma tarea y tardan 6, 8 y 12 horas, respectivamente. Se reparten un premio de 540 € de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. ¿Cuánto corresponde a cada equipo?

5) Una fundación dispone de 3000 € para repartir entre tres proyectos educativos de forma directamente proporcional al número de personas beneficiarias. Los proyectos atienden a 120, 180 y 300 personas. ¿Cuánto recibe cada proyecto?

6) En una competición se reparten 720 € entre tres equipos de forma inversamente proporcional al número de errores cometidos. Los equipos han cometido 2, 3 y 6 errores. ¿Qué cantidad recibe cada uno?

7) Tres comercios comparten los 160 € que cuesta transportar un pedido conjunto. Sus mercancías pesan 4 kg, 7 kg y 9 kg. Si el coste se reparte proporcionalmente al peso, ¿cuánto debe pagar cada comercio?

8) Tres estudiantes resuelven correctamente un reto en 15, 20 y 30 minutos. Se reparten 900 puntos de forma inversamente proporcional al tiempo empleado. ¿Cuántos puntos recibe cada uno?

9) Tres locales de una galería comercial deben pagar una reparación común de 1200 €. Sus fachadas miden 8 m, 12 m y 20 m de longitud. Si el gasto se reparte proporcionalmente a esa longitud, ¿cuánto paga cada local?

10) Una empresa concede un premio de eficiencia de 900 € a tres máquinas, repartiéndolo de forma inversamente proporcional a su consumo energético por unidad fabricada. Los consumos son 4, 6 y 12 unidades de energía. ¿Qué cantidad corresponde a cada máquina?

Soluciones

REPARTO DIRECTAMENTE PROPORCIONAL

Cuanto mayor es el valor que corresponde a una persona, grupo u objeto, **mayor es también la parte que recibe o paga**.

Si queremos repartir una cantidad T proporcionalmente a a, b y c:

$a+b+c=S \qquad \Longrightarrow \qquad k=\dfrac{T}{S}$

Las tres partes son:
$a\cdot k, \qquad b\cdot k, \qquad c\cdot k.$

La suma de las tres partes debe ser igual a la **cantidad total repartida**.

REPARTO INVERSAMENTE PROPORCIONAL

Cuanto mayor es el valor que corresponde a una persona, grupo u objeto, **menor es la parte que recibe**.

Si el reparto es inversamente proporcional a a, b y c, primero usamos:
$\dfrac{1}{a}, \qquad \dfrac{1}{b}, \qquad \dfrac{1}{c}.$
Podemos transformar esas fracciones en una razón equivalente con números enteros. Después hacemos un reparto directo utilizando esos nuevos números.

La suma de todas las partes debe coincidir con la **cantidad total repartida**.

1)

Es un reparto directamente proporcional porque quien se queda con más camisetas debe pagar una parte mayor del precio total.

Datos: 2, 3 y 5 camisetas; total: 120 €.

Paso 1.

Sumamos las cantidades:

$2+3+5=10$

En total se reparten los 120 € entre 10 partes iguales.

Paso 2.

Calculamos el valor de una parte:

$k=\dfrac{120}{10}=12$

Cada camiseta representa 12 € del precio total.

Paso 3.

Calculamos cada cantidad:

$2\cdot 12=24$ €

$3\cdot 12=36$ €

$5\cdot 12=60$ €

Comprobación: $24+36+60=120$.

Deben pagar 24 €, 36 € y 60 €, respectivamente.

2)

Es un reparto inversamente proporcional porque quien emplea menos tiempo obtiene una parte mayor del premio.

Datos: 40, 50 y 100 minutos; premio total: 660 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:

$\frac{1}{40}, \quad \frac{1}{50}, \quad \frac{1}{100}$

Multiplicando por 200 obtenemos la razón equivalente:

$5 : 4 : 2$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$5 + 4 + 2 = 11$

Calculamos el valor de una parte:

$k = \frac{660}{11} = 60$

Paso 3.

Calculamos los premios:

$5 \cdot 60 = 300$ €

$4 \cdot 60 = 240$ €

$2 \cdot 60 = 120$ €

Comprobación: $300 + 240 + 120 = 660$.

Reciben 300 €, 240 € y 120 €, respectivamente.

3)

Es un reparto directamente proporcional porque la asociación que utiliza la sala durante más tiempo debe pagar una parte mayor del alquiler.

Datos: 2, 5 y 3 horas; alquiler total: 250 €.

Paso 1.

Sumamos las horas:

$2 + 5 + 3 = 10$

El coste se reparte en 10 partes proporcionales.

Paso 2.

Calculamos el valor de una parte:

$k = \frac{250}{10} = 25$

Cada hora representa 25 € del alquiler.

Paso 3.

Calculamos cada pago:

$2 \cdot 25 = 50$ €

$5 \cdot 25 = 125$ €

$3 \cdot 25 = 75$ €

Comprobación: $50 + 125 + 75 = 250$.

Deben pagar 50 €, 125 € y 75 €, respectivamente.

4)

Es un reparto inversamente proporcional porque el equipo que tarda menos tiempo recibe una cantidad mayor del premio.

Datos: 6, 8 y 12 horas; premio total: 540 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{6}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{1}{12}$
Multiplicando por 24:
$4 : 3 : 2$

Paso 2.

Sumamos las partes:
$4 + 3 + 2 = 9$

Calculamos:
$k = \frac{540}{9} = 60$

Paso 3.

Calculamos los premios:
$4 \cdot 60 = 240$ €

$3 \cdot 60 = 180$ €

$2 \cdot 60 = 120$ €

Comprobación: $240 + 180 + 120 = 540$.

Los equipos reciben 240 €, 180 € y 120 €, respectivamente.

5)

Es un reparto directamente proporcional porque un proyecto que atiende a más personas debe recibir una parte mayor del dinero.

Datos: 120, 180 y 300 personas; total: 3000 €.

Paso 1.

Sumamos las personas:
$120 + 180 + 300 = 600$

Paso 2.

Calculamos la constante:
$k = \frac{3000}{600} = 5$
Corresponden 5 € por cada persona beneficiaria.

Paso 3.

Calculamos cada cantidad:
$120 \cdot 5 = 600$ €

$180 \cdot 5 = 900$ €

$300 \cdot 5 = 1500$ €

Comprobación: $600+900+1500 = 3000$.

Los proyectos reciben 600 €, 900 € y 1500 €, respectivamente.

6)

Es un reparto inversamente proporcional porque el equipo que comete menos errores debe recibir una parte mayor del premio.

Datos: 2, 3 y 6 errores; premio total: 720 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{6}$

Multiplicando por 6:

$3 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$3 + 2 + 1 = 6$

Calculamos:

$k = \frac{720}{6} = 120$

Paso 3.

Calculamos los premios:

$3 \cdot 120 = 360$ €

$2 \cdot 120 = 240$ €

$1 \cdot 120 = 120$ €

Comprobación: $360 + 240 + 120 = 720$.

Los equipos reciben 360 €, 240 € y 120 €, respectivamente.

7)

Es un reparto directamente proporcional porque una mercancía de mayor peso debe asumir una parte mayor del coste del transporte.

Datos: 4, 7 y 9 kg; coste total: 160 €.

Paso 1.

Sumamos los pesos:

$4 + 7 + 9 = 20$

Paso 2.

Calculamos la constante:

$k = \frac{160}{20} = 8$

Cada kilogramo representa 8 € del coste.

Paso 3.

Calculamos los pagos:

$4 \cdot 8 = 32$ €

$7 \cdot 8 = 56$ €

$9 \cdot 8 = 72$ €

Comprobación: $32 + 56 + 72 = 160$.

Los comercios deben pagar 32 €, 56 € y 72 €, respectivamente.

8)

Es un reparto inversamente proporcional porque el estudiante que resuelve el reto en menos tiempo recibe una cantidad mayor de puntos.

Datos: 15, 20 y 30 minutos; total: 900 puntos.

Paso 1.

Tomamos los inversos:

$\frac{1}{15}, \quad \frac{1}{20}, \quad \frac{1}{30}$

Multiplicando por 60:

$4 : 3 : 2$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$4 + 3 + 2 = 9$

Calculamos:

$k = \frac{900}{9} = 100$

Paso 3.

Calculamos los puntos:

$4 \cdot 100 = 400$

$3 \cdot 100 = 300$

$2 \cdot 100 = 200$

Comprobación: $400 + 300 + 200 = 900$.

Los estudiantes reciben 400, 300 y 200 puntos, respectivamente.

9)

Es un reparto directamente proporcional porque el local con una fachada más larga debe pagar una parte mayor de la reparación.

Datos: 8, 12 y 20 m; gasto total: 1200 €.

Paso 1.

Sumamos las longitudes:

$8 + 12 + 20 = 40$

Paso 2.

Calculamos la constante:

$k = \frac{1200}{40} = 30$

Cada metro representa 30 € del gasto.

Paso 3.

Calculamos los pagos:

$8 \cdot 30 = 240$ €

$12 \cdot 30 = 360$ €

$20 \cdot 30 = 600$ €

Comprobación: $240 + 360 + 600 = 1200$.

Los locales pagan 240 €, 360 € y 600 €, respectivamente.

10)

Es un reparto inversamente proporcional porque una máquina con menor consumo energético debe recibir una parte mayor del premio de eficiencia.

Datos: consumos 4, 6 y 12; premio total: 900 €.

Paso 1.

Tomamos los inversos:
$\frac{1}{4}, \quad \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{12}$

Multiplicando por 12:

$3 : 2 : 1$

Paso 2.

Sumamos las partes:

$3 + 2 + 1 = 6$

Calculamos:
$k = \frac{900}{6} = 150$

Paso 3.

Calculamos los premios:

$3 \cdot 150 = 450$ €

$2 \cdot 150 = 300$ €

$1 \cdot 150 = 150$ €

Comprobación: $450 + 300 + 150 = 900$.

Las máquinas reciben 450 €, 300 € y 150 €, respectivamente.