BOLETÍN 02 - PORCENTAJES CONSECUTIVOS 01

Matemáticas · 4.º ESO

1) El salario mensual de una trabajadora era de 1570 €. En febrero aumentó un 2 % y en agosto volvió a aumentar un 13 %. ¿Cuál es su salario después de las dos subidas?

2) Un teléfono móvil cuesta inicialmente 520 €. Durante una promoción se rebaja un 15 % y, sobre el precio ya rebajado, se aplica un descuento adicional del 10 %. ¿Cuál es el precio final?

3) Una población de 24 500 habitantes aumenta un 8 % durante un año y al año siguiente disminuye un 5 %. ¿Cuántos habitantes tiene después de los dos cambios?

4) Una inversión de 12 000 € pierde un 6 % de su valor durante un periodo y posteriormente aumenta un 9 % sobre el nuevo valor. ¿Cuál es su valor final?

5) Un billete de avión costaba 120 €. Su precio aumenta un 12 % y posteriormente se aplica un descuento del 20 %. ¿Cuál es el precio final del billete?

6) Unas zapatillas tienen un precio sin impuestos de 80 €. La tienda aplica primero un descuento del 25 % y después añade el 21 % de IVA al precio rebajado. ¿Cuánto paga finalmente el cliente?

7) El importe inicial de una factura es de 83 €. Primero se añade un 21 % de IVA y después se aplica una bonificación del 4 % sobre el importe obtenido. ¿Cuál es el importe final?

8) Un electrodoméstico cuesta 650 €. Su precio aumenta primero un 18 % y después se rebaja un 12 % sobre el nuevo precio. ¿Cuál será su precio final?

9) Durante unas rebajas se aplica a un producto un descuento del 40 % y posteriormente un descuento adicional del 10 % sobre el precio ya rebajado. Si finalmente cuesta 405 €, ¿cuál era su precio original?

10) Un salario ha aumentado primero un 3 % y unos meses más tarde un 7 %. Si antes de las dos subidas era de 1600 €, calcula el salario final y el porcentaje total de aumento respecto al salario inicial.

BOLETÍN 02 - PORCENTAJES CONSECUTIVOS

Matemáticas · 4.º ESO

11) Una máquina valorada en 2400 € pierde un 15 % de su valor y al año siguiente aumenta su valoración un 10 %. ¿Cuál es su valor final? ¿Qué porcentaje ha variado respecto al valor inicial?

12) Una población de 32 000 habitantes aumenta un 6 % durante un año y al año siguiente disminuye un 6 %. ¿Vuelve a tener exactamente la población inicial? Calcula la población final y la variación porcentual total.

13) Un producto recibe dos descuentos consecutivos del 10 %. Después de ambos descuentos cuesta 486 €. ¿Cuál era su precio inicial?

14) Tras dos aumentos consecutivos, uno del 10 % y otro del 20 %, una cantidad pasa a ser 1452 €. ¿Cuál era la cantidad inicial?

15) Un ordenador aumenta su precio un 21 % al añadir el IVA y después se rebaja un 20 %. Si el precio final es de 968 €, ¿cuál era el precio antes de ambos cambios?

16) Una máquina pierde primero un 10 % de su valor y posteriormente otro 1 % sobre el valor restante. Si al final vale 13 365 €, ¿cuál era su valor inicial?

17) Una cantidad aumenta un 20 % y después disminuye un 20 %. Si inicialmente valía 1000 €, calcula el valor final y determina la variación porcentual total.

18) Un artículo cuesta 2000 €. Primero se rebaja un 30 % y después su precio aumenta un 30 %. Calcula el precio final y el porcentaje de variación respecto al precio inicial.

19) Una empresa facturó 1500 miles de euros. Al año siguiente aumentó su facturación un 4 %, el siguiente un 6 % y el tercero disminuyó un 5 %. ¿Cuál es la facturación final?

20) Un producto cuesta inicialmente 400 €. Se aplica un descuento del 15 %, después se añade un 21 % de IVA y finalmente se aplica un descuento adicional del 5 %. ¿Cuál es el precio final?

Soluciones

AUMENTOS Y DISMINUCIONES PORCENTUALES

En lugar de calcular primero el porcentaje y sumarlo o restarlo, podemos utilizar directamente el **índice de variación**.

Aumento del $p\,\%$:

$$I = 1 + \frac{p}{100} \qquad \Longrightarrow \qquad C_f = C_i \cdot I$$

Disminución del $p\,\%$:

$$I = 1 - \frac{p}{100} \qquad \Longrightarrow \qquad C_f = C_i \cdot I$$

Por ejemplo, aumentar un $12\,\%$ equivale a multiplicar por $1,12$, mientras que disminuir un $12\,\%$ equivale a multiplicar por $0,88$.

PORCENTAJES CONSECUTIVOS

Cuando se aplican varios aumentos o disminuciones uno detrás de otro, **cada porcentaje actúa sobre la cantidad obtenida en el paso anterior**. Por eso, en general, los porcentajes no se suman ni se restan directamente.

Si una cantidad sufre dos cambios con índices I_1 e I_2:

$$C_f = C_i \cdot I_1 \cdot I_2$$

Con tres cambios:

$$C_f = C_i \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot I_3$$

El producto de todos los índices es el **índice de variación total**:

$$I_T = I_1 \cdot I_2 \cdot \ldots$$

Si $I_T > 1$, hay aumento total. Si $I_T < 1$, hay disminución total.

El porcentaje total de variación se obtiene a partir de I_T:

$$p = (I_T - 1) \cdot 100$$

Si el resultado es negativo, representa una disminución.

Importante: un aumento del $p\,\%$ seguido de una disminución del mismo $p\,\%$ no devuelve, en general, a la cantidad inicial.

RECUPERAR LA CANTIDAD INICIAL

Si conocemos la cantidad final y los porcentajes aplicados, dividimos entre el producto de los índices de variación:

$$C_i = \frac{C_f}{I_1 \cdot I_2 \cdot \ldots}$$

Por ejemplo, si una cantidad termina valiendo C_f después de una rebaja del $20\,\%$ y otra del $10\,\%$:

$$C_i = \frac{C_f}{0,80 \cdot 0,90}$$

No debemos "deshacer" una rebaja del $20\,\%$ aumentando después un $20\,\%$, porque ambos porcentajes se calculan sobre cantidades distintas.

1)

Aplicamos sucesivamente los índices correspondientes a los aumentos del 2 % y del 13 %.

$C_f = 1570 \cdot 1,02 \cdot 1,13$

$C_f = 1809,582$

Como se trata de dinero, redondeamos a céntimos:

$C_f \approx 1809,58$

El salario final es de 1809,58 €.

2)

Dos descuentos consecutivos del 15 % y del 10 % corresponden a los índices $0,85$ *y* $0,90$.

$C_f = 520 \cdot 0,85 \cdot 0,90$

$C_f = 397,80$

El precio final es de 397,80 €.

3)

Primero se produce un aumento del 8 % y después una disminución del 5 %.

$C_f = 24\,500 \cdot 1,08 \cdot 0,95$

$C_f = 25\,137$

Después de los dos cambios hay 25 137 habitantes.

4)

La disminución del 6 % tiene índice $0,94$ *y el aumento posterior del 9 %, índice* $1,09$.

$C_f = 12\,000 \cdot 0,94 \cdot 1,09$

$C_f = 12\,295,20$

El valor final de la inversión es de 12 295,20 €.

5)

El precio aumenta un 12 % y sobre ese nuevo precio se aplica después una rebaja del 20 %.

$C_f = 120 \cdot 1,12 \cdot 0,80$

$C_f = 107,52$

El precio final del billete es de 107,52 €.

6)

Primero aplicamos la rebaja del 25 % y después el aumento del 21 % correspondiente al IVA.

$C_f = 80 \cdot 0,75 \cdot 1,21$

$C_f = 72,60$

El cliente paga finalmente 72,60 €.

7)

Añadir el 21 % de IVA equivale a multiplicar por $1,21$*, y aplicar después una bonificación del 4 % equivale a multiplicar por* $0,96$*.*

$C_f = 83 \cdot 1,21 \cdot 0,96$

$C_f = 96,4128$

Redondeamos a céntimos:

$C_f \approx 96,41$

El importe final es de 96,41 €.

8)

Aplicamos consecutivamente un aumento del 18 % y una disminución del 12 %.

$C_f = 650 \cdot 1,18 \cdot 0,88$

$C_f = 674,96$

El precio final será de 674,96 €.

9)

El precio final se obtiene después de dos descuentos consecutivos. Buscamos ahora el precio inicial.

$405 = C_i \cdot 0,60 \cdot 0,90$

$405 = 0,54\, C_i$

$C_i = \dfrac{405}{0,54} = 750$

El precio original era de 750 €.

10)

Los aumentos del 3 % y del 7 % se encadenan multiplicando sus índices de variación.

$C_f = 1600 \cdot 1,03 \cdot 1,07 = 1763,36$

El índice total es:

$I_T = 1,03 \cdot 1,07 = 1,1021$

Por tanto, la variación total es:

$(1,1021 - 1) \cdot 100 = 10,21\,\%$

El salario final es de 1763,36 € y el aumento total es del 10,21 %.

11)

Aplicamos primero una disminución del 15 % y después un aumento del 10 %.

$C_f = 2400 \cdot 0,85 \cdot 1,10 = 2244$

El índice total es:

$I_T = 0,85 \cdot 1,10 = 0,935$

La variación porcentual total es:

$(0,935 - 1) \cdot 100 = -6,5\,\%$

El valor final es de 2244 €; respecto al inicial ha disminuido un 6,5 %.

12)

Un aumento del 6 % seguido de una disminución del 6 % no se anula, porque el segundo porcentaje se calcula sobre una cantidad distinta.

$C_f = 32\,000 \cdot 1,06 \cdot 0,94$

$C_f = 31\,884,8$

El índice total es:

$I_T = 1,06 \cdot 0,94 = 0,9964$

La variación total es:

$(0,9964 - 1) \cdot 100 = -0,36\,\%$

La población final es de 31 884,8 habitantes; ha disminuido un 0,36 % respecto a la inicial.

13)

Cada descuento del 10 % tiene índice $0,90$. *Como conocemos el precio final, dividimos entre el producto de ambos índices.*

$486 = C_i \cdot 0,90 \cdot 0,90$

$486 = 0,81\,C_i$

$C_i = \dfrac{486}{0,81} = 600$

El precio inicial era de 600 €.

14)

Los aumentos del 10 % y del 20 % corresponden a los índices $1,10$ *y* $1,20$.

$1452 = C_i \cdot 1,10 \cdot 1,20$

$1452 = 1,32\, C_i$

$C_i = \dfrac{1452}{1,32} = 1100$

La cantidad inicial era de 1100 €.

15)

Primero se aplica un aumento del 21 % y después una rebaja del 20 %.

$968 = C_i \cdot 1,21 \cdot 0,80$

$968 = 0,968\, C_i$

$C_i = \dfrac{968}{0,968} = 1000$

El precio antes de ambos cambios era de 1000 €.

16)

Las pérdidas consecutivas del 10 % y del 1 % corresponden a los índices $0,90$ *y* $0,99$.

$13\,365 = C_i \cdot 0,90 \cdot 0,99$

$13\,365 = 0,891\, C_i$

$C_i = \dfrac{13\,365}{0,891} = 15\,000$

El valor inicial era de 15 000 €.

17)

Aplicamos un aumento del 20 % y después una disminución del 20 %.

$C_f = 1000 \cdot 1,20 \cdot 0,80$

$C_f = 960$

El índice total es:

$I_T = 1,20 \cdot 0,80 = 0,96$

Por tanto:

$(0,96 - 1) \cdot 100 = -4\,\%$

El valor final es 960 €; la cantidad ha disminuido un 4 %.

18)

La rebaja del 30 % y el aumento posterior del 30 % actúan sobre cantidades diferentes.

$C_f = 2000 \cdot 0,70 \cdot 1,30$

$C_f = 1820$

El índice total es:

$I_T = 0,70 \cdot 1,30 = 0,91$

La variación total es:

$(0,91 - 1) \cdot 100 = -9\,\%$

El precio final es de 1820 €; ha disminuido un 9 % respecto al inicial.

19)

Encadenamos los aumentos del 4 % y del 6 % con la disminución posterior del 5 %.

$C_f = 1500 \cdot 1,04 \cdot 1,06 \cdot 0,95$

$C_f = 1570,92$

La facturación final es de 1570,92 miles de euros.

20)

Aplicamos sucesivamente la rebaja del 15 %, el aumento del 21 % correspondiente al IVA y la rebaja final del 5 %.

$C_f = 400 \cdot 0,85 \cdot 1,21 \cdot 0,95$

$C_f = 390,83$

El precio final es de 390,83 €.